

第2讲 勾股定理与逆定理（练习）

一、勾股定理

1. 直角三角形两直角边长分别为 $2\sqrt{3} + 1$ ， $2\sqrt{3} - 1$ ，则斜边长为 _____ 。

【答案】 $\sqrt{26}$

【解析】 由勾股定理可得，

$$\begin{aligned}\text{第三边长为: } & \sqrt{(2\sqrt{3} + 1)^2 + (2\sqrt{3} - 1)^2} \\ &= \sqrt{12 + 4\sqrt{3} + 1 + 12 - 4\sqrt{3} + 1} \\ &= \sqrt{26}.\end{aligned}$$

【标注】 【知识点】 直接用勾股求边长

2. 已知直角三角形两边的长为3和4，则此三角形的周长为（ ）。

A. 12

B. $7 + \sqrt{7}$

C. 12或 $7 + \sqrt{7}$

D. 以上都不对

【答案】 C

【解析】 由题意可知该三角形有两种情况：

若第三边是斜边，

那么根据勾股定理可知，第三边长度为 $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ，

周长为： $3 + 4 + 5 = 12$ ；

若4为斜边，

那么第三边长度为 $\sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$ ，

周长为： $3 + 4 + \sqrt{7} = 7 + \sqrt{7}$ 。

故选C。

【标注】 【知识点】 已知两边求第三边-分类讨论

3. 若直角三角形中，有两边长是12和5，则第三边长的平方为（ ）。

A. 168

B. 169或119

C. 13或15

D. 15

【答案】B

【解析】①若12是直角边，则第三边 x 是斜边，由勾股定理，得 $12^2 + 5^2 = x^2$ ，所以 $x^2 = 169$ ；

②若12是斜边，则第三边 x 为直角边，由勾股定理，得 $x^2 = 12^2 - 5^2$ ，所以 $x^2 = 119$ ；

故 $x^2 = 169$ 或119．

故选B

【标注】【知识点】已知两边求第三边-分类讨论

4. 若直角三角形的三边长为6, 8, m ，则 m^2 的值为（ ）．

A. 10

B. 100

C. 28

D. 100或28

【答案】D

【解析】6, 8, m 为直角三角形的三边长，

$\therefore m$ 可能为直角边也可能为斜边，

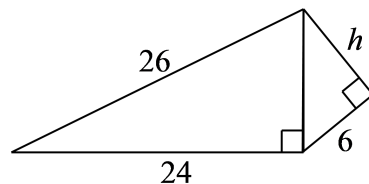
①当 m 为斜边时，6, 8为直角边长，由勾股定理得 $6^2 + 8^2 = m^2$ ， $\therefore m^2 = 100$ ，

②当 m 为直角边时，则6为直角边长，8为斜边长， $6^2 + m^2 = 8^2$ ， $\therefore m^2 = 28$ ，

$\therefore m^2$ 的值为28或100．

【标注】【知识点】已知两边求第三边-分类讨论

5. 如图，直角三角形中未知的边的长度 $h =$ _____．



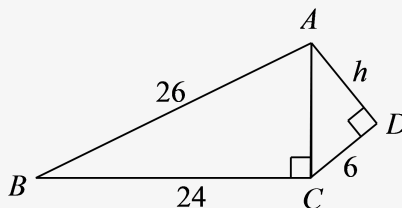
【答案】8

【解析】在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $AC^2 = 26^2 - 24^2 = 100$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中，

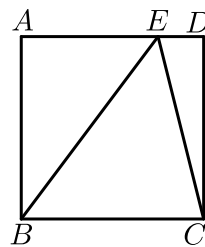
$h^2 = AC^2 - CD^2 = 100 - 36 = 64$ ，

$\therefore h = 8$ ．



【标注】【知识点】勾股树

6. 如图，已知正方形 $ABCD$ 的边长为4，若 $BE = 5$ ，则 CE 的长是（ ）。



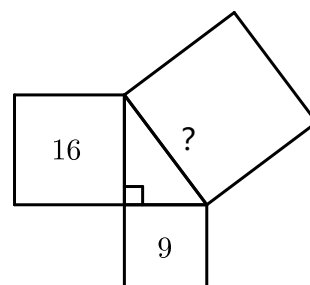
- A. $\sqrt{5}$ B. 5 C. $\sqrt{15}$ D. $\sqrt{17}$

【答案】 D

【解析】 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，
 $\therefore AB = AD = DC = BC = 4$ ，
 $\angle A = \angle D = 90^\circ$ ，
 $\because BE = 5$ ，
 $\therefore AE = \sqrt{BE^2 - AB^2} = 3$ ，
 $\therefore DE = AD - AE = 1$ ，
 在 $\text{Rt}\triangle DEC$ 中，
 $CE = \sqrt{DE^2 + CD^2} = \sqrt{17}$ 。

【标注】【知识点】勾股定理与实际问题

7. 如图，以直角三角形的两条直角边为边向外作正方形，它们的面积分别是9和16，则斜边长为（ ）。



- A. 25 B. 5 C. 7 D. $\sqrt{7}$

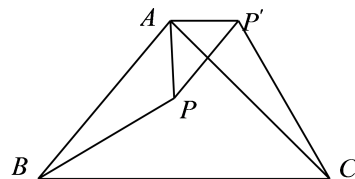
【答案】 B

【解析】 根据以直角三角形的两直角边为边长所作正方形的面积分别是9和16，故直角三角形的两直角边为边长分别为：3和4，
 故以斜边为： $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ，

故选：B．

【标注】【知识点】勾股树

8. 如图，等腰直角三角形 ABC 中， BC 是斜边，将 $\triangle ABP$ 绕点 A 逆时针旋转后，能与 $\triangle ACP'$ 重合，如果 $AP = 3$ ，那么 PP' 的长等于 _____ ．



【答案】 $3\sqrt{2}$

【解析】 $\because \triangle ACP'$ 是由 $\triangle ABP$ 绕点 A 逆时针旋转后得到的，

$$\therefore \triangle ACP' \cong \triangle ABP,$$

$$\therefore AP = AP', \angle BAP = \angle CAP',$$

$$\because \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PAD' = 90^\circ,$$

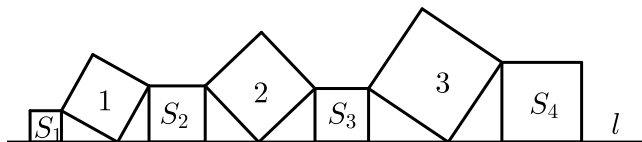
故可得出 $\triangle APP'$ 是等腰直角三角形，

$$\text{又} \because AP = 3,$$

$$\therefore PP' = 3\sqrt{2}.$$

【标注】【知识点】旋转性质综合应用

9. 在直线 l 上摆放着七个正方形（如图），已知斜放置的三个正方形的面积分别是1、2、3，正放置的四个正方形的面积依次是 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 ，则 $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 =$ _____ ．



【答案】 4

【解析】 由勾股定理的几何意义可知： $S_1 + S_2 = 1$ ， $S_2 + S_3 = 2$ ， $S_3 + S_4 = 3$ ，

$$S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 4.$$

【标注】【知识点】勾股定理与几何问题

10. 直角三角形的两条直角边分别是6和8，则这三角形斜边上的高是（ ）。

- A. 4.8 B. 5 C. 3 D. 10

【答案】A

【解析】∵直角三角形的两条直角边分别是6和8，
∴由勾股定理得这个三角形斜边为10，
由面积法得三角形斜边上的高为： $\frac{6 \times 8}{10} = 4.8$ 。

【标注】【知识点】直接用勾股求边长

11. 一个直角三角形两直角边长分别为5cm、12cm，其斜边上的高为（ ）。

- A. 6cm B. 8cm C. $\frac{80}{13}$ cm D. $\frac{60}{13}$ cm

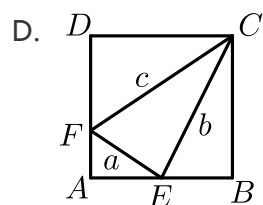
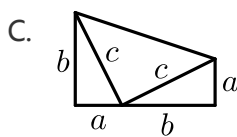
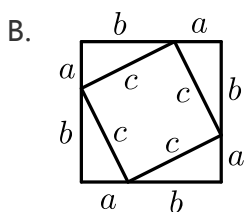
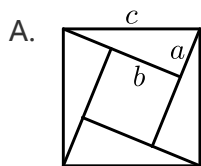
【答案】D

【解析】一个直角三角形两直角边长分别为5cm、12cm，
由勾股定理可知，底边为13，
其斜边上的高为 $\frac{60}{13}$ cm。

【标注】【知识点】直接用勾股求边长

二、勾股定理的证明

12. 如图图中，不能用来证明勾股定理的是（ ）。



【答案】D

【解析】A 选项：大正方形的面积 = c^2 ，大正方形的面积
= $(b-a)^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times ab = a^2 + b^2$ ，
∴ $a^2 + b^2 = c^2$ ，能证明勾股定理；

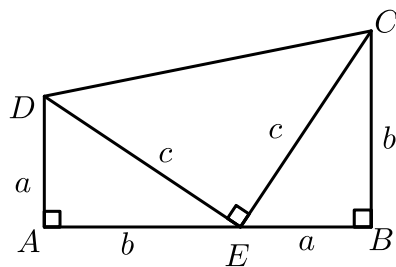
B 选项：中间正方形的面积 = c^2 ，中间正方形的面积
 $= (a+b)^2 - 4 \times \frac{1}{2} \times ab = a^2 + b^2$ ，
 $\therefore a^2 + b^2 = c^2$ ，能证明勾股定理；

C 选项：有三个直角三角形，其面积分别为 $\frac{1}{2}ab$ ， $\frac{1}{2}ab$ 和 $\frac{1}{2}c^2$ ，
还可以理解为一个直角梯形，其面积为 $\frac{1}{2}(a+b)(a+b)$ ，
由图形可知： $\frac{1}{2}(a+b)(a+b) = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2$ ，
整理得 $(a+b)^2 = 2ab + c^2$ ，
 $\therefore a^2 + b^2 + 2ab = 2ab + c^2$ ，
 $\therefore a^2 + b^2 = c^2$ ，能证明勾股定理；

D 选项：不能利用图形面积证明勾股定理。
故选 D.

【标注】 **【知识点】** 勾股定理的证明

13. 历史上对勾股定理的一种证法采用了如图所示的图形：其中两个全等的直角三角形的边 AE 、 EB 在一条直线上，证明中用到的面积相等关系是（ ）。



- A. $S_{\triangle EDA} = S_{\triangle CEB}$ B. $S_{\triangle EDA} + S_{\triangle CEB} = S_{\triangle CDE}$
C. $S_{\text{四边形}CDAE} = S_{\text{四边形}CDEB}$ D. $S_{\triangle EDA} + S_{\triangle CDE} + S_{\triangle CEB} = S_{\text{四边形}ABCD}$

【答案】 D

【解析】由 $S_{\triangle EDA} + S_{\triangle CDE} + S_{\triangle CEB} = S_{\text{四边形}ABCD}$,

可知 $\frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}(a+b)^2$,

$$\therefore c^2 + 2ab = a^2 + 2ab + b^2,$$

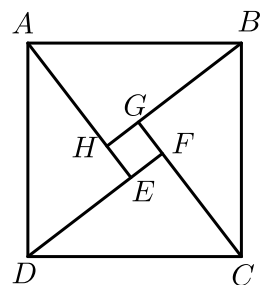
整理得 $a^2 + b^2 = c^2$,

∴证明中用到的面积相等关系是 $S_{\triangle EDA} + S_{\triangle CDE} + S_{\triangle CEB} = S_{\text{四边形}ABCD}$.

故选D

【标注】【知识点】勾股定理的证明

14. 如图所示的“赵爽弦图”是由四个大小、形状都一样的直角三角形和一个小正方形拼成的一个大正方形，设直角三角形较长直角边长为 a ，较短直角边长为 b ，求：



- (1) 用 a 和 b 的代数式表示正方形 $ABCD$ 的面积 S .
 (2) 当 $a = 4$, $b = 3$ 时 , 求 S 的值 .

【答案】 (1) 正方形 $ABCD$ 的面积 $S = a^2 + b^2$.

(2) 25 .

【解析】 (1) 由勾股定理知 $CD^2 = DF^2 + CF^2 = a^2 + b^2$,

则正方形 $ABCD$ 的面积 $S = CD^2 = a^2 + b^2$.

(2) 当 $a = 4$, $b = 3$ 时 , $S = 4^2 + 3^2 = 25$.

【标注】【知识点】弦图

三、勾股定理逆定理

15. 在 $\triangle ABC$ 中 , $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 的对边分别是 a , b , c , 且 $(a + b)(a - b) = c^2$, 则下列结论正确的是 () .

- A. $\triangle ABC$ 是直角三角形且 $\angle A$ 为直角 B. $\triangle ABC$ 是直角三角形且 $\angle B$ 为直角
 C. $\triangle ABC$ 是直角三角形且 $\angle C$ 为直角 D. $\triangle ABC$ 不是直角三角形

【答案】 A

【解析】 $\because (a + b)(a - b) = c^2$,

$$\therefore a^2 - b^2 = c^2 ,$$

$$a^2 = b^2 + c^2 .$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形且 $\angle A$ 为直角 .

故选A .

【标注】【知识点】勾股逆定理的应用

16. 下面的判断：

- ①在 $\triangle ABC$ 中, $a^2 + b^2 \neq c^2$, 则 $\triangle ABC$ 不是直角三角形;
- ② $\triangle ABC$ 是直角三角形, $\angle C = 90^\circ$, 则 $a^2 + b^2 = c^2$;
- ③若 $\triangle ABC$ 中, $a^2 - b^2 = c^2$, 则 $\triangle ABC$ 是直角三角形;
- ④若 $\triangle ABC$ 是直角三角形, 则 $(c-a)(c+a) = b^2$.

以上判断正确的有()个.

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

【答案】C

【解析】①错误, 当 $a = 3, b = 5, c = 4, a^2 + b^2 \neq c^2$, 但 $\triangle ABC$ 是直角三角形.

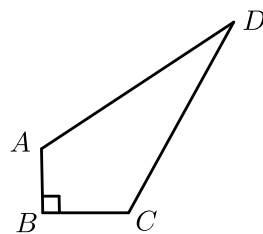
②正确.

③正确.

④错误, $\because$ 当 c 不是斜边的时候, 式子不成立.

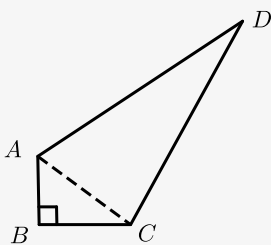
【标注】【知识点】勾股逆定理的应用

17. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 3$, $BC = 4$, $CD = 12$, $AD = 13$, 求四边形 $ABCD$ 的面积.



【答案】36.

【解析】连接 AC ,



$\because \angle B = 90^\circ, AB = 3, BC = 4.$

$$\therefore AC = 5 ,$$

$$\therefore CD = 12 , AD = 13 ,$$

$$\therefore CD^2 + AC^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169 = 13^2 = AD^2 .$$

$\therefore \triangle ACD$ 为直角三角形 .

$$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AB \cdot BC + \frac{1}{2} AC \cdot CD = 36 .$$

【标注】【知识点】求多边形周长与面积

18. 一个钝角三角形的两边长为3、4，则第三边可以为() .

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

【答案】 C

【解析】 设第三边为 c ,

若这个三角形为直角三角形，则第三边为 $\sqrt{4^2 + 3^2} = 5$,

$\therefore$ 钝角大于直角 ,

$$\therefore c > 5 ,$$

$\therefore$ 三角形第三边小于其余两边的和 ,

$$\therefore c < 7 ,$$

故选C .

【标注】【知识点】直接用勾股求边长

19. 下列长度的三条线段能组成锐角三角形的是() .

A. 2 , 3 , 4

B. 2 , 3 , 5

C. 3 , 4 , 4

D. 3 , 4 , 5

【答案】 C

【解析】 A 选项： $\sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} < 4$, $2 + 3 > 4$ 不能组成锐角三角形 ,

故A错误 ;

B 选项： $2 + 3 = 5$ 不能组成三角形，故B错误 ;

C 选项： $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5 > 4$ 且 $3 + 4 > 5$ 能组成锐角三角形，故C正确 ;

D 选项： $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ 是直角三角形，故D错误 .

故选 C .

【标注】【知识点】判断能否构成三角形

四、互逆定理与互逆命题

20. 下列说法正确的是（ ）.

- A. 真命题的逆命题是真命题
- B. 原命题是假命题，则它的逆命题也是假命题
- C. 命题一定有逆命题
- D. 定理一定有逆定理

【答案】C

【解析】A 选项：真命题的逆命题不一定是真命题，如：对顶角相等，逆命题是相等的角是对顶角，此逆命题是错误的，故此选项错误；

B 选项：原命题是假命题，则它的逆命题不一定是假命题，比如：相等的角是对顶角是假命题，但是其逆命题对顶角相等是真命题，故此选项错误；

C 选项：命题一定有逆命题，此说法是正确的，因为把一个命题的条件和结论互换就得到它的逆命题．故此选项正确；

D 选项：定理不一定有逆定理，如：对顶角相等是定理，逆定理是相等的角是对顶角，此逆定理是错误的，故此选项错误；

故选 C．

【标注】【知识点】综合与实践

21. 下列说法中正确的是（ ）.

- A. 原命题是真命题，则它的逆命题不一定是真命题
- B. 每个定理都有逆定理
- C. 原命题是真命题，则它的逆命题不是命题
- D. 只有真命题才有逆命题

【答案】A

【解析】每个命题都有逆命题，但原命题是真命题，它的逆命题不一定是真命题，故A正确；

每个定理不一定有逆定理，故B错误，

逆命题也是命题，故C错误，

任何命题都有逆命题，故D错误．

故选A .

【标注】【知识点】区分真假命题

22. 已知命题：“同旁内角互补”，则它的逆命题为 _____ .

【答案】互补的两个角是同旁内角

【解析】将原命题的条件与结论互换，即可得到原命题的逆命题 .

【标注】【知识点】同旁内角的定义

23. 命题“同位角相等，两直线平行”的逆命题是： _____ .

【答案】两直线平行，同位角相等

【解析】命题：“同位角相等，两直线平行”的题设是“同位角相等”，结论是“两直线平行”，所以它的逆命题是“两直线平行，同位角相等 .”

【标注】【知识点】逆命题

24. 命题“在同一个三角形中，等边对等角”的逆命题是 _____，它是 _____（填“真命题”或“假命题”） .

【答案】在同一个三角形中，等角对等边；真命题

【解析】在同一个三角形中，等角对等边，在同一个三角形中，等角对等边是真命题 .

【标注】【知识点】逆命题

25. 下列命题的逆命题是真命题的是（ ） .

A. 对顶角相等

B. 若 $a < b$ ，则 $-2a > -2b$

C. 若 $a > 0$ ，则 $\sqrt{a^2} = a$

D. 全等三角形的面积相等

【答案】 B

【解析】 A 选项：对顶角相等的逆命题是相等的角是对顶角，是假命题；

B 选项：

若 $a < b$ ，则 $-2a > -2b$ 的逆命题是若 $-2a > -2b$ ，则 $a < b$ ，是真命题；
C 选项：若 $a > 0$ ，则 $\sqrt{a^2} = a$ 的逆命题是若 $\sqrt{a^2} = a$ ，则 $a > 0$ ，是假命题；
D 选项：全等三角形的面积相等的逆命题是面积相等的两个三角形全等，是假命题。
故选 B。

【标注】【知识点】逆命题

26. 写出下列各命题的逆命题，并判断真假，指出其中的互逆定理。

- (1) 全等三角形的对应角相等。
- (2) 如果两个数相等，那么它们的绝对值相等。
- (3) 两直线平行，内错角相等。
- (4) 如果两个角都是 45° ，那么这两个角相等。

【答案】(1) 逆命题：三个角对应相等的两个三角形全等（假命题）。

(2) 逆命题：如果两个数的绝对值相等，那么这两个数相等（假命题）。

(3) 逆命题：内错角相等，两直线平行（真命题）。

原命题和逆命题都是真命题，它们是互逆定理。

(4) 逆命题：如果两个角相等，那么这两个角都是 45° （假命题）。

【解析】(1) 逆命题：三个角对应相等的两个三角形全等（假命题）。

(2) 逆命题：如果两个数的绝对值相等，那么这两个数相等（假命题）。

(3) 逆命题：内错角相等，两直线平行（真命题）。

原命题和逆命题都是真命题，它们是互逆定理。

(4) 逆命题：如果两个角相等，那么这两个角都是 45° （假命题）。

【标注】【知识点】逆命题